

# Derin suda düşey asılı duran bir boru hattının dinamik analizi

İsmail YALÇIN\*, L. Macit SÜKAN

İTÜ Gemi İnşaatı ve Deniz Bilimleri Fakültesi, Gemi İnşaatı Bölümü, 34469, Ayazağa, İstanbul

## Özet

*Bu çalışmada, rayserin yatay hareketi incelenmektedir. Rayser, platform veya teknede bulunan gerdirici aygıtı ile gerilmekte olan düşey asılı duran bir kiriştir. Bu kiriş; dalgalar, akıntı ve yüzen platform veya tekne hareketi ile zorlanmaktadır. Dördüncü mertebeden kısmi türevli hareket denklemi, Euler kiriş-kolon teorisi gözönüne alınarak, varyasyonel bir yöntem kullanılarak elde edilmiştir. Hidrodinamik kuvvetler, Morison Denklemi'nin düzeltilmiş bir şekli kullanılarak değerlendirilmektedir. Bu denklem ampirik olmasına rağmen, rayser gibi hidrodinamik geçirgen açık deniz yapılarının dizaynında yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Lineer dalga teorisi, su parçacığının kinematiğinde kullanılmaktadır. Daha sonra, uzun rayserin statik ve dinamik analizi yapılmaktadır. Her iki analizde de, yönetici hareket denklemi Bessel diferansiyel denklemine dönüştürülerek çözüm aranmaktadır. Statik analizde kritik efektif boyuna kuvvet ve bu kuvvetin yeri de hesaplanmaktadır. Derin su analizinde, hidrodinamik kuvvetler dalga boyunun yarısı kadar bir derinlikten itibaren kayboldukları için, dalganın direnç ve atalet kuvvetleri gözönüne alınmamış, onun yerine yüzeyde dalgadan kaynaklanan surge hareketinin genliği sınır şartı olarak kullanılmıştır. Hazırlanan bilgisayar programlarının doğruluğu, statik ve dinamik analizler için kullanılan örnek veriler işlenerek karşılaştırmalı olarak gösterilmektedir. Daha sonra, Amerikan Petrol Enstitüsü'nün bültenindeki 1500 ft (457.2 m) su derinlikli konvansiyonel rayser incelenmiştir. Statik analizde API 1500-0-1, dinamik analizde API 1500-20-1-D olarak adlandırılan bu rayserin verileri kullanılarak bulunan sonuçlar, enstitünün test için sunduğu, dokuz bağımsız araştırmacı tarafından elde edilmiş birleşik sonuçların ortalaması ile karşılaştırılmıştır. Bulunan sonuçların bu sonuçlar ile uyumlu oldukları görülmektedir.*

**Anahtar Kelimeler:** Konvansiyonel rayserin yatay hareketi, Bessel diferansiyel denklemi, kritik efektif boyuna kuvvet, API 1500-20-1-D rayseri.

\*Yazışmaların yapılacağı yazar: İsmail YALÇIN. iyalcin@itu.edu.tr; Tel: (212) 285 64 86.

Bu makale, birinci yazar tarafından İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Gemi İnşaatı Mühendisliği Programında tamamlanmış olan "Deniz ortamında düşey asılı duran bir boru hattının dinamik analizi" adlı doktora tezinden hazırlanmıştır. Makale metni 15.02.2007 tarihinde dergiye ulaşılmış, 19.04.2007 tarihinde basım kararı alınmıştır. Makale ile ilgili tartışmalar 01.02.2009 tarihine kadar dergiye gönderilmelidir.

## The dynamic analysis of a vertical riser in the deep sea

### Extended abstract

Offshore technologies are used for exploration and production of oil, gas and mining and for the research and production of hydrothermal energy. Beside the conventional flexible risers, there are compliant production risers and the hybrid production risers as well.

The lower end of the riser is connected to the top of the blow out preventer with a ball joint. The upper end of the riser is connected with a small pipe extended from the tensioner device. The vertical balance of riser is provided by the tensional force. The riser is forced by the waves, current and the motion of floating platform or a vessel. Development of the mathematical model, evaluation of hydrodynamic forces and application of a solution technique are the steps of the analysis.

For the mathematical formulation; the material is assumed to be homogenous, isotropic and linear elastic. Considering Euler beam-column theory, the shear strength effect is neglected. The equations of motion are obtained using a variational method. The statements for flexural and torsional curvatures of deformed beam are expressed in terms of elastic displacements. The strain energy of the system is also obtained in terms of these curvatures. The nonlinear, coupled equations of motion are derived using Hamilton's principle. The effect of internal and external static fluid pressures is included into the model by using the concept of effective tension and weight.

It is assumed that flow characteristics don't change in the direction of the flow due to the riser. This means that the incident wave kinematics remains same in the vicinity of the wave. As the riser is assumed as a hydrodynamically permeable structure, the hydrodynamic forces due to waves and currents are assessed using a modified form of the Morison equation. This equation is empiric, however, it is reliable in the estimation of wave forces on the slender structures as risers and widely used in the design of hydrodynamically permeable offshore structures. In Morison equation, the in-line forces are given as the sum of inertia and drag forces. Airy wave theory is used in the water particle kinematics.

The static or dynamic problem can be solved in two forms: analytical and numerical. Using the

numerical method directly, the fourth order governing partial differential equation is solved either by numerical approaches or by finite element procedures. The finite difference method and numerical integration processes are examples of numerical approaches. Numerical methods are more generic in studying risers with variable geometry such as added buoyancy modules.

The forced dynamic problem is generally solved in two categories, deterministic or nondeterministic (stochastic) and the calculations are made in frequency and time domain. The frequency analysis is more appropriate for fatigue analysis, but for a solution the drag term is required to be linearized. Time domain methods are based on a simulation in time domain of hydrodynamic loads. Nonlinearity of drag forces is preserved in these methods. Therefore, they require more computing time.

In the static and dynamic analyses of long risers, the governing equation of motion is transformed into a Bessel differential equation. The critical effective longitudinal force and the position of this force are also calculated. In dynamic analysis, the drag and inertia forces are ignored, because the effects of hydrodynamic forces are disappeared after half a wave-length depth. Instead of these forces, the amplitude of the surge motion is used at the surface in the upper boundary condition. The accuracy of computer programs made for static and dynamic analysis is shown with the results calculated by sample data.

Then, the conventional riser in depth of 1500 ft (457.2 m) in the bulletin of American Petroleum Institute (API) is examined. This riser is called API 1500-0-1 and API 1500-20-1-D in static and dynamic analysis, respectively. The data for the given riser are used separately both in static and dynamic analysis. The results are compared with the mean of nine results which were presented for testing by API. Although the calculated results show some numerical differences from the API results in the location where is closer to the lower end of riser, the results by present method are in good agreement with those of API. One of the possible reasons of this is that the effects of current are ignored in this study.

**Keywords:** Horizontal motion of the conventional marine riser, the Bessel differential equation, critical effective longitudinal force, API 1500-20-1-D riser.

## Giriş

Açık deniz teknolojisi; petrol, doğal gaz ve madencilik alanında keşif ve üretim için, hidrotermal enerji alanında ise araştırma ve üretim için kullanılmaktadır (Irani, 1989; Atadan vd., 1997). Konvansiyonel esnek rayserlerin yanında, üretimler daha derin sulara taşındığı için, uysal ve melez üretim rayserleri de kullanılmaktadır. Bu tür yapıların dalga yüküne dinamik cevabı en az olmakta ve yüzen platformun veya teknenin daha mobil konumlanması mümkün olmaktadır (Guo, 1992).

Deniz rayseri, sondaj veya üretim amacı ile kullanılan bir açık deniz yapısının önemli bir alt sistemidir. Amacı, akışkanın kuyu ve platform arasında taşınması ve sondaj donanımı için bir iletim sağlamasıdır (Kirk vd., 1979).

Rayser, deniz dibinde serbest uçludur veya kuyu başının üzerindeki fişkırmaya önleyici (Blowout Preventer (BOP)) üzerindeki kısa boruya mafsal bağlantı (Lower Ball Joint (LBJ)) ile bağlanmaktadır (Chakrabarti ve Frampton, 1982). Deniz yüzeyinde, sabit veya yüzen bir platforma (Tension Leg Platform (TLP)) veya bir tekneye bağlıdır. Rayser, deniz yüzeyinden veya yakınından okyanus yatağına uzanan uzun, narin, düşey, esnek silindirik bir borudur. Rayserin düşey dengesi, platform veya teknede üretilen gerdirme kuvveti ile sağlanmaktadır.

Deniz rayseri; dalga, akıntı ve yüzen platform veya teknenin hareketi ile zorlanmaktadır. Bu zorlamalar, rayser üzerinde önemli dinamik gerilmeler üretirler. Yapının doğal frekansları, daha çok bu zorlamaların frekanslarının aralığına düşmektedir. (Ahmad ve Datta, 1989).

Rayserin analizi üç aşamada yapılmaktadır: yapının matematiksel modellenmesi, yapı üzerindeki hidrodinamik yükün değerlendirilmesi ve modelin çözümü için tekniklerin uygulanması.

### Yapının matematiksel modellenmesi

Model kurulurken, malzeme ve mekanik ilişkiler hakkında yapılan kabuller (Huagui, 1993):

1. Rayserin borusu; homojen, izotropik ve lineer olarak elastik malzemeden yapılmıştır.
2. Rayserin kesit alanı dairedir.
3. Dalga, akıntı ve rayser hareketi aynı düzlemde oluşmaktadır. Yani, rayserin hareketi iki boyutludur.
4. Rayserin çökmesi küçük ve sonludur.

Konvansiyonel rayserlerin analizi için kullanılan formüllerin çoğunluğu, genellikle Euler kiriş-kolon teorisinde işlenmiş varsayımlara dayanmaktadır. Bu teoride, dönmeler birime (unity) göre önemsiz olarak gözönüne alınmaktadır. Ayrıca, uzamalar ve kaymalar dönmelerden çok daha küçüktür. Timoshenko kirişinde kayma şekil değiştirmesi etkisi bulunmaktadır. Kayma etkileri lineer olmayan elastisite teorisi dolayısıyla analize dahil edilmektedir (Atadan vd., 1997).

Rayser hareketinin yatay denklemi türetilirken; sistemdeki efektif gerdirme kuvveti ve yüzebilir ağırlık, mesnet (uç) koşulları, dalga teorileri, atalet ve direnç kuvvetleri kullanılmaktadır.

### Hareket denklemleri

Sistem,  $t_1$  zamanındaki bir konfigürasyondan  $t_2$  zamanındaki bir konfigürasyona gittiği için, genişletilmiş Hamilton ilkesi, konservatif olmayan dış kuvvetler tarafından yapılmış virtüel işi, Hamiltonian'ın birinci varyasyonuna eşit hale getirmektedir.

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T_u - V) dt = - \int_{t_1}^{t_2} (\delta W_{nf} + \delta W_{ne}) dt \quad (1)$$

$T_u$  : sistemin kinetik enerjisi,

$V$  : sistemin potansiyel enerjisi,

$\delta W_{nf}$  : sınırlardaki akışkan kuvvetleri tarafından yapılan virtüel iş

$\delta W_{ne}$  : konservatif olmayan dış kuvvetler tarafından yapılan virtüel iş.

Rayser borusunun; eğilme, burulma ve uzama nedeniyle olan potansiyel enerjisi; borunun ve borudaki akışkan akımının kinetik enerjisinin toplamı olan sistemin kinetik enerjisi ve iç akım

nedeniyle ortaya çıkan konservatif olmayan kuvvetlerce borunun sınırları üzerinde yapılan iş bu denkleme konulup fonksiyonelin varyasyonu alınarak, uygun sınır koşulları ile  $u$ ,  $v$ ,  $w$  ve  $\phi$  koordinatlarında dört Euler denklemi elde edilmektedir. İç akımın etkisi ihmal edilerek,  $u$  koordinatındaki yatay hareket denklemi:

$$m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} - T_e(z) \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - T_1(z) \frac{\partial u}{\partial z} = f_x(z, t) \quad (2)$$

$m$ : birim boy başına kütle,  
 $T_e(z)$ : efektif gerdirme kuvveti,  
 $T_1(z)$ : gerdirme kuvvetinin derinlikle değişimi,  
 $f_x(z)$ : rayserin birim boyuna yatay yönde etkileyen hidrodinamik yük

Burada, kesitin atalet momenti  $I$  sabit olarak alınmıştır.  $T_1(z)$

$$T_1(z) = \frac{dT}{dz} = G - F = W_e \quad (3)$$

olarak ifade edilmektedir. Burada,  $F$  rayserin birim boyu başına etkileyen sephiye kuvveti ve  $G$  rayser sisteminin birim boyunun sondaj çamuru dahil ağırlığıdır (Huagui, 1993).

### Hidrodinamik yük

Herhangi bir andaki rayserin birim uzunluğu başına dinamik yük, Morison denkleminin yardımı ile saptanmaktadır. Dalgalar ve akıntıda serbest salınan  $D$  çaplı bir yapı için birim boy başına hidrodinamik kuvvet

$$f(z, t) = \frac{1}{2} C_D \rho D (\dot{u}_0 - \dot{u}) \left| (\dot{u}_0 - \dot{u}) \right| + \rho A \ddot{u}_0 + C_a \rho A (\ddot{u}_0 - \ddot{u}) \quad (4)$$

$\dot{u}$ : rayserin hızı

$\dot{u}_0$ : akışkanın hızı

Akışkanın hızı lineer teoriden

$$\dot{u}_0(z, t) = U_0(z) e^{i\omega t} e^{i\psi} \quad (5)$$

$$U_0(z) = \omega \frac{H \cosh(k(d+z))}{2 \sinh(kd)}$$

$\psi$ :  $u$  ile rayserin üst ucundaki yüzey teknesinin periyodik surge hareketi  $f(t)$  arasındaki faz açısı.

Morison denklemi, narin kirişler üzerindeki dalga kuvvetlerinin tahmininde güvenilirdir ve hidrodinamik geçirgen açık deniz yapılarının dizaynında yaygın bir şekilde kullanılmaktadır.

$C_M$  ve  $C_D$  kuvvet katsayıları hakkında, çok sayıda laboratuvar ve alan deneyinden elde edilmiş çok büyük veri kütüphanesi vardır. Pürüzsüz dairesel bir silindir için  $C_M = 2$  ve  $C_D = 0.7$  değerleri kullanılmaktadır. Dairesel bir kesiti geçen iki boyutlu düzgün sinüsoidal akım durumu için kuvvet katsayıları; Reynolds sayısı ( $Re$ ), Keulegan-Carpenter sayısı ( $KC$ ) ve göreceli pürüzlülüğe bağlıdır. Bu bağlılığın kapsayıcı bir özeti Sarpkaya ve Isaacson (1981) tarafından verilmektedir.

Dış ve iç akışkan basınçlarının etkisi, bu basınçların kuvvetleri raysere etkileyen statikçe eşdeğer kuvvetler olarak alınarak katılmaktadır.

$$T_e = T + p_0 A_0 - p_i A_i \quad (6)$$

$$W_e = W - \rho_0 g A_0 + \rho_i g A_i \quad (7)$$

Burada;  $W_e$  efektif ağırlık,  $p_0$  ve  $p_i$  dış ve iç akışkan basınçları ve  $W$  rayserin birim uzunluğu başına havadaki ağırlığıdır. Bir rayser için üst noktasındaki gerdirme kuvveti ( $T$ ) çoğunlukla bilinmektedir.

### Çözüm için uygulanan teknikler

Problem, statik veya dinamik olarak analitik ve sayısal yöntemlerde olmak üzere iki şekilde çözülebilmektedir. Rayserin çökmesi için, geometrik sınır koşullarını sağlayan bir matematiksel model varsayılmaktadır. Sayısal yöntem doğrudan kullanılarak, kısmi türevli yönetici diferansiyel denklem sayısal

yaklaşımlarla çözülmekte veya sonlu eleman yöntemi kullanılarak çözüme gidilmektedir. Sonlu eleman yöntemi, özellikle üç boyutlu büyük şekil değiştirmeler için yaygın olarak kullanılmaktadır.

Zorlanmış dinamik problemin çözümü, deterministik ve deterministik olmayan (stokastik) olmak üzere iki kategoride yapılmaktadır. Bu iki ana kategorideki çözümler zaman ve frekans domenlerinde yapılmaktadır. Frekans domeni çözümü yorulma analizi için daha uygundur ve daha az bilgisayar çalışma süresi ile yapılmaktadır. Bu çözüm yönteminde, hızın karesi ile değişen direnç kuvvetinin lineerleştirilmesi gerekmektedir. Zaman domeni yöntemleri, hidrodinamik yükün zaman domenindeki bir simülasyonuna dayanmaktadır. Fakat bu, fazla bilgisayar zamanı gerektirmektedir. Direnç kuvvetinin lineersizliği bu analizde tam olarak korunmaktadır (Irani, 1989; Kirk vd., 1979; Ahmad ve Datta, 1989). Frekans domeni çözümleri, rayserin üst noktasındaki gerdirme kuvvetinin zamanla sabit kaldığı durumlar için akıntılı veya akıntısız, düzenli veya rastgele dalgaların her ikisi için, zaman domeni sonuçlarına kıyasla daha iyi sonuçlar vermektedir (Young ve Fowler, 1989).

Rayserin frekans domenindeki dinamik analizinde, kısa rayserler için doktora tezinde normal mod yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntem, rayser boyu 520 ft (158.5 m) veya daha az olan ve gerdirme oranı (rayserin üst noktasındaki gerdirme kuvveti/rayser ağırlığı) 1'den büyük olan rayserler için geçerlidir. Bu nedenle, incelenen uzun rayserler için yönetici hareket denklemi hem statik analiz hem de dinamik analiz için Bessel diferansiyel denklemine dönüştürülerek çözüm aranmaktadır.

### Statik analiz

Hesapta kullanılacak formülasyon, Hapel (1989) tarafından kullanılan formülasyon kontrol edilerek ve yeniden oluşturularak hazırlanmıştır ve aşağıda verilmektedir. Akıntı kuvveti algoritma gereği ihmal edilmektedir.

Rayserin yönetici diferansiyel denklemi, (2) denkleminde:

$$EI \frac{d^4 u}{dz^4} - \frac{d}{dz} \left[ T_e(z) \frac{du}{dz} \right] = 0 \quad (8)$$

olarak oluşturulmaktadır. Burada  $T_e(z) = T + qz$  olarak alınmıştır ve  $q$  birim boya düşen sudaki ağırlığını temsil etmektedir. Yönetici denklem bir kez integre edilirse,

$$EI \frac{d^3 u}{dz^3} - (T + qz) \frac{du}{dz} = -H_1 \quad (9)$$

elde edilir.  $H_1$  rayserin üst ucunda oluşan yatay kuvvettir.

(9) denkleminde eğilme rijitliği ihmal edilerek,

$$\frac{du}{dz} = \frac{H_1}{T + qz} \quad (10)$$

yazılabilir ve  $z = 0$ 'da  $u = 0$  alınmasıyla,

$$u(z) = \frac{H_1}{q} \ln\left(1 + \frac{qz}{T}\right) \quad (11)$$

elde edilir. Yatay kuvvet, üst sınır koşulu  $u(d) = f$  kullanılarak belirlenebilir

$$H_1 = \frac{qf}{\ln\left(1 + \frac{qz}{T}\right)} \quad (12)$$

Şimdi, (9) eşitliği için Bessel diferansiyel denklemi kullanılarak bazı tanımlamalar yapılacaktır. Homojen olmayan, düzeltilmiş Bessel diferansiyel denklemi,

$$x^2 y'' + xy' - (x^2 + \nu^2)y = rx^{\mu+1} \quad (13)$$

şeklinindedir. Eşitlikte  $\nu = 1/3$  ve  $\mu = 0$  alınarak

$$x^2 y'' + xy' - (x^2 + 1/9)y = r \quad (14)$$

yazılabilir.  $T \geq 0$  ve  $0 \leq z \leq d$  için tanımlanan  $x(z)$  reel değişkeni,

$$x(z) = \lambda \left( \frac{T}{qd} + \frac{z}{d} \right)^{3/2} \quad (15)$$

şeklinde. Burada  $\lambda = 2(qd^3 / EI)^{1/2} / 3$  olarak verilmiştir. Reel  $y(x)$  fonksiyonu ve türevleri içinse,

$$\begin{aligned} u'(z) &= \left( \frac{x}{\lambda} \right)^{1/3} y(x) \\ u''(z) &= \frac{3\lambda^{1/3}}{2d} x^{2/3} \left( y' + \frac{y}{3x} \right) \\ u'''(z) &= \frac{9\lambda}{4d^2} \frac{1}{x} \left( x^2 y'' + xy' - \frac{y}{9} \right) \end{aligned} \quad (16)$$

tanımları yapılır. (16) türev ifadeleri (9) eşitliğinde kullanılarak

$$x^2 y'' + xy' - (x^2 + \frac{1}{9})y = -\lambda \frac{H_1}{qd} x \quad (17)$$

elde edilir. Bu ifade aslında (13) denkleminin  $\nu = 1/3$ ,  $\mu = 0$  ve  $r = -\lambda H_1/qd$  alınarak yazılmış halidir.

Sınırlar üzerindeki ( $z = 0, d$ )  $x$  değişkenleri,

$$\begin{aligned} x_0 &= x(0) = \lambda(T / qd)^{3/2} \\ x_1 &= x(d) = \lambda(T / qd + 1)^{3/2} \end{aligned} \quad (18)$$

şeklinde tanımlanır. (16) denklemindeki  $u'$ ,  $u''$  ifadeleri aşağıdaki şekilde verilmiştir:

$$\begin{aligned} u'(z) &= \lambda^{2/3} \frac{H_1}{qd} x^{1/3} \left\{ \frac{2}{3} \left[ \hat{s}_{-1, 2/3}(x_0) + \frac{\pi}{2} \sqrt{3} I_{2/3}(x_0) \right] * \right. \\ &\quad \left. * \frac{I_{1/3}(x) - I_{-1/3}(x)}{I_{2/3}(x_0) - I_{-2/3}(x_0)} - \left[ \hat{s}_{0, 1/3}(x) - \frac{\pi}{3} \sqrt{3} I_{-1/3}(x) \right] \right\} \\ u''(z) &= -\lambda^{4/3} \frac{H_1}{qd^2} x^{2/3} \left\{ \left[ \hat{s}_{-1, 2/3}(x_0) + \frac{\pi}{2} \sqrt{3} I_{2/3}(x_0) \right] * \right. \\ &\quad \left. * \frac{I_{2/3}(x) - I_{-2/3}(x)}{I_{2/3}(x_0) - I_{-2/3}(x_0)} - \left[ \hat{s}_{-1, 2/3}(x) + \frac{\pi}{2} \sqrt{3} I_{2/3}(x) \right] \right\} \end{aligned} \quad (19)$$

Eşitlikte yer alan  $I$  ve  $\hat{s}$  fonksiyonları, sırasıyla düzeltilmiş Bessel ve düzeltilmiş Lommel fonksiyonlarıdır (Hapel (1989)).

$x \geq x_0 \gg 1$  için (19) denklemleri yerine asimptotik çözümler kullanılabilir:

$$\begin{aligned} u'(z) &= \frac{H_1}{qd} \left( \frac{\lambda}{x} \right)^{2/3} \left( 1 - \frac{2}{3} \frac{1}{x_0} \sqrt{\frac{x}{x_0}} e^{x_0-x} \right) \\ u''(z) &= -\frac{H_1}{qd^2} \left( \frac{\lambda}{x} \right)^{4/3} \left( 1 - \frac{x}{x_0} \sqrt{\frac{x}{x_0}} e^{x_0-x} \right) \end{aligned} \quad (20)$$

Deniz tabanından yukarıya doğru olan mesafe arttıkça, (19) denklemleri yetersiz hale gelmektedir. Bu sebeple, eğilme gerilmesinin maksimum değer aldığı rayserin dibe çok yakın bölgelerinde (19) denklemleri, diğer bölgelerde ise (20) denklemleri kullanılacaktır.

### Kritik efektif boyuna kuvvet

Rayser, belirli bir kritik efektif boyuna kuvvet değerinden sonra düşey dengesini kaybeder.  $H_1 = 0$  ve  $f = 0$  için, (9) eşitliğinden:

$$EIu''' - (T + qz)u' = 0 \quad (21)$$

yazılabilir ve  $u'(z) \neq 0$  ile kritik efektif boyuna kuvvet:

$$T_{krit} = -1.02 \sqrt[3]{q^2 EI} \quad (22)$$

değerini alır. Dönme noktasında yatay kuvvet  $H_1$  kaybolur ve (21) denkleminde  $T = T_{krit}$  yerleştirilerek maksimum gerilme yeri (dönme noktası)  $z_2$  bulunur. Burada,  $u'''(z_2) = 0$  olur. Böylece,

$$z_2 = -\frac{T_{krit}}{q} \quad (23)$$

elde edilir.

## Dinamik analiz

Hesapta kullanılacak formülasyon, Hapel ve Sükan (1989) tarafından kullanılan formülasyon kontrol edilerek ve yeniden oluşturularak hazırlanmıştır ve aşağıda verilmektedir.

Rayserin hareket denklemi, boru içindeki çamurdan kaynaklanan iç sürtünme ve Coriolis etkilerinin dikkate alınmasıyla, (2) eşitliğine benzer olarak,

$$EIu^{iv} - (T_e u')' - q_t u' + ai' + b\dot{u}|u' + m\ddot{u} = 0 \quad (24)$$

şeklinde yazılabilir. Hidrodinamik kuvvetler dalga boyunun yarısı kadar bir derinlikten itibaren kayboldukları için, dalganın direnç ve atalet kuvvetleri gözönüne alınmamış, onun yerine yüzeyde dalgadan kaynaklanan surge hareketinin genliği ( $f$ ) sınır şartı olarak kullanılmıştır.

$q_t$ , sondaj çamurunun akışı nedeniyle borunun içinde oluşan birim boy düşen teğetsel sürtünme kuvvetidir.  $a$  ise;  $m_m, v_m$  sırasıyla çamur kütlesi ve hızı olmak üzere aşağıdaki gibidir.

$$a = 2m_m v_m \quad (25)$$

Hidrodinamik direnç kuvveti  $f_d = c\dot{u}$  ile lineer bir formda verilebilir. İfadede yer alan konuma bağlı  $c$  direnç katsayısı,

$$c(z) = 2m\omega_1 [\xi_0 + \xi_1 \psi_1(z)] \quad (26)$$

olarak tanımlanmıştır. Burada,  $\xi_0$  ve  $\xi_1$  sönüm parametreleridir ve dağılım fonksiyonu  $\psi_1$ ,

$$\psi_1(z) = \sqrt{\frac{T}{qd} + \frac{z}{d}} \quad (27)$$

ile verilir.  $T, z = 0$  için gerdirme kuvvetidir. Rayserin eğilme rijitliğinin ihmal edilmesi ve lineer hidrodinamik direnç kuvvetinin kullanılması ile, (24) eşitliği

$$-(T_e u')' - q_t u' + ai' + c\dot{u} + m\ddot{u} = 0 \quad (28)$$

haline gelir. Çözüm fonksiyonunun

$$u(z, t) = dx^v w(Xx) e^{i\omega_n t} \quad (29)$$

şeklinde alınması ve tanımlanan

$$X = 2\omega_n \sqrt{\frac{md}{\bar{q}}} (1 - 2i \frac{\xi_0}{n})$$

$$v = \frac{1}{\bar{q}} (-q_t + ia\omega_n) \quad (30)$$

$$\mu = \frac{2i \frac{\xi_1}{n}}{1 - 2i \frac{\xi_0}{n}}$$

kompleks sabitleri ile denklemin dönüştürülmesinde kullanılan

$$x(z) = \sqrt{\frac{T}{qd} + \frac{z}{d}} \quad (31)$$

reel değişkeniyle, (28) eşitliği:

$$-(Xx)^2 w'' + Xxw' - \left[ (1 - \mu x)(Xx)^2 - v^2 \right] w = 0 \quad (32)$$

formunu alır.  $n$  mod sayısını (titreşimin derecesini) göstermektedir.  $\bar{q}$  ise aşağıdaki gibidir:

$$\bar{q} = q - q_t \quad (33)$$

Gerekli düzenlemelerin yapılmasının ardından çözüm fonksiyonu,

$$u(z, t) = d \cdot x^v \frac{A \sin \left[ \frac{2x}{\mu} (1 - \mu x)^{3/2} \right]}{\left( \frac{2}{3\mu} \right)^{1/6} \sqrt{Xx} (1 - \mu x)^{1/4}} e^{i\omega_n t} \quad (34)$$

şeklinde belirlenir ve,

$$u(d, t) = f e^{i\omega_n t} \quad (35)$$

$$u(0, t) = 0$$

sınır şartlarının kullanımıyla rayser yerdeğiştirmesi,

$$u(z, t) = f\left(\frac{x}{x_1}\right)^{\nu-1/2} \left(\frac{1-\mu x_1}{1-\mu x}\right)^{1/4} * \frac{\sin\left[\frac{2X}{3\mu}[(1-\mu x)^{3/2} - (1-\mu x_0)^{3/2}]\right]}{\sin\left[\frac{2X}{3\mu}[(1-\mu x_1)^{3/2} - (1-\mu x_0)^{3/2}]\right]} e^{i\omega_n t} \quad (36)$$

olarak elde edilir.  $x$  değişkenleri,

$$x(0) = x_0 = \sqrt{\frac{T}{qd}} \quad (37)$$

$$x(d) = x_1 = \sqrt{\frac{T}{qd}} + 1$$

şeklinde tanımlanmıştır.

$$\omega_n = \frac{n\pi(x_0 + x_1)}{2} \sqrt{\frac{q}{md}} \quad (38)$$

ile verilen rayserin doğal frekansından (30)'daki sabitler, çamurdan kaynaklanan iç sürtünme kuvveti ihmal edilerek ( $q_t = 0$ )

$$X = n\pi(x_0 + x_1) \sqrt{1 - 2i \frac{\xi_0}{n}}$$

$$\nu = i \frac{n\pi(x_0 + x_1)}{2} \frac{a}{\sqrt{qmd}} \quad (39)$$

$$\mu = \frac{2i \frac{\xi_1}{n}}{1 - 2i \frac{\xi_0}{n}}$$

şeklinde yazılabilir.  $\xi_0$  ve  $\xi_1$  sönüm parametreleri;  $n$  mod sayısı,  $\delta$  parametresi ve  $ff_u$  cinsinden oluşturulmuş grafiklerden hesaplanmaktadır.

$$\delta = \frac{x_0}{x_1} = \sqrt{\frac{T}{T + qd}} \quad (40)$$

$$f_u = \frac{9}{\pi(1 + \sqrt{\delta})} \frac{m}{nb}$$

$f_u$  surge genliğinin boyutsuzlaştırılması için kullanılan bir karşılaştırma değeridir. Konuma göre değişmeyen sönüm için ( $\xi_l = 0$ ), (36) çözümü,

$$u(z, t) = f\left(\frac{x}{x_1}\right)^{\nu-1/2} \frac{\sin[X(x - x_0)]}{\sin[X(x_1 - x_0)]} e^{i\omega_n t} \quad (41)$$

şeklini alır. Burada, sınır geçiş durumu için

$$\lim_{\mu \rightarrow 0} \frac{(1-\mu x)^{3/2}}{\mu} = \frac{3}{2} x \quad (42)$$

olmaktadır. Kompleks sayılar için geçerli olan

$$\sin(a + ib) = \sin a \cosh b + i \cos a \sinh b$$

$$a + ib = \sqrt{a^2 + b^2} e^{i\theta} \quad (43)$$

$$\theta = \arctan(b/a)$$

ifadeleri kullanılarak, genlik ve faz açısı hesaplanabilir.

$$u(z, t) = r(z) \cos[\omega_n(t) + \phi(z)] \quad (44)$$

harmonik çözümü kabul edilmektedir. Eğilme gerilmesinin hesaplanması için eğrilik genliği  $k(z)$  belirlenirken, yerdeğiştirmenin iki kez türevinden ve ortaya çıkan  $r(z)$  genlik ve  $\phi(z)$  faz fonksiyonlarının kullanımından kaçınmak için aşağıda sunulan yol takip edilmiştir:

$T_e' = q$  ve  $q_t = \phi$  eşitlikleri göz önüne alınarak (28) ifadesi,

$$T_e u'' = -qu' + au' + cu + mi \quad (45)$$

şeklinde yazılabilir ve (44) çözümünün (45) eşitliğinin sağ tarafında kullanılmasından sonra ortaya çıkan ifadenin maksimumunun alınması ve küçük değerlerin ihmalıyla,

$$T_e k(z) = |qr' + \omega_n^2 mr| \quad (46)$$

elde edilir. Burada, genlik fonksiyonu, genlik fonksiyonunun birinci türevi, ilk relatif



maksimumun deniz dibine göre konumu ( $z_2$ ) ve gerekli olan değişkenler,

$$r = r_2 \sqrt{\frac{x_2}{x}} \sin(n\pi v)$$

$$r' = r_2 \sqrt{x_2} \frac{1}{d} \left[ \frac{n\pi}{2(x_1 - x_0)} \frac{\cos(n\pi v)}{x\sqrt{x}} - \frac{\sin(n\pi v)}{4x^2 \sqrt{x}} \right]$$

$$z_2 = d(x_2^2 - x_0^2)$$

$$x_2 = x_0 + \frac{x_1 - x_0}{2n} = (\delta + (1 - \delta)/2n)x_1 \quad (47)$$

$$v = \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}$$

şeklinde verilmiştir.  $r_2$ , ilk relatif maksimum noktasındaki genlik değeridir. Sonuçta, (46) eşitliğinden elde edilen  $k(z)$  değeri kullanılarak rayserde meydana gelen eğilme gerilmeleri hesaplanır:

$$\sigma_e = \frac{1}{2} EDk \quad (48)$$

## Sayısal örneklerin sonuçları

### Statik bir örnek

Yapılan bilgisayar programının doğruluğu, Hapel (1989)'da verilen örneğin verileri ve sonuçları kullanılarak kontrol edilmektedir.

Örnekte, küçük, orta ve büyük gerdirmeye kuvvetleri için sırasıyla,  $x_0=1$  ve  $x=2$  ( $T_l=10168$  kN),  $x_0=4$  ve  $x=6$ ,  $x_0=6$  ve  $x=8$  alınarak hesap yapılmıştır. Bulunan sonuçlar, karşılaştırmalı olarak Tablo 1'de verilmektedir. Sonuçlar birbirleriyle çok uyumludur.

Şekil 1'de verilen API 1500-0-1 rayserinin verileri Tablo 2'de verilmektedir (API, 1977).

$x=0.5-10$  aralığı için (19) denklemleri,  $x=10$ 'dan sonrası (rayserin 181.49 m.'den yukarı kısmı) için (20) denklemleri kullanılmaktadır.

API bülteninde bulunan akıntı etkisi bu çalışmaya dahil edilememiştir. Bulunan sonuçların karşılaştırma değerleri ile uyumlu olduğu görülmektedir (Tablo 3).

Kritik efektif boyuna kuvvet ve bu kuvvetin yeri, (22) ve (23) denklemleri kullanılarak sırasıyla, -85.5 kN ve -30.88 m olarak bulunmuştur.

### Dinamik bir örnek

Bilgisayar programında (36) denklemleri esas alınmıştır. Hapel ve Sükan (1989)'ın sunduğu bildiriye veriler ve sonuçlar kullanılarak bu program kontrol edilmektedir.

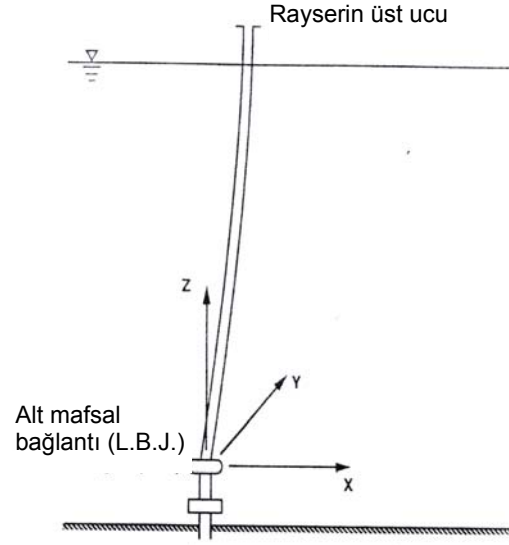
Tablo 1. Statik analiz sonuçlarının Hapel (1989)'dakilerle karşılaştırılması

	Hapel(1989)'daki sonuç	Bu çalışmadaki sonuç
Küçük gerdirmeye kuvveti için ( $x_0=1$ ve $x=2$ )		
Eğilme gerilmesi (N/mm <sup>2</sup> )	114	113.9
Hesaplanan z'deki açı (derece)	16.5	16.5
Orta gerdirmeye kuvveti için ( $x_0=4$ ve $x=6$ )		
Eğilme gerilmesi (N/mm <sup>2</sup> )	56	55.5
Hesaplanan z'deki açı (derece)	11.1	11.1
Büyük gerdirmeye kuvveti için ( $x_0=6$ ve $x=8$ )		
Eğilme gerilmesi (N/mm <sup>2</sup> )	39	39.1
Hesaplanan z'deki açı (derece)	10.0	10.0

Bu çalışmada bulunan sonuçlar, Hapel ve Sükan (1989)'daki sonuçlarla birlikte Şekil 2 ve 3'de verilmiştir. Bu şekillerde; derinliğe bağlı sönüm ve sabit (derinliğe bağlı olmayan) sönüm için, yerdeğiştirme genliği boyutsuz olarak sunulmuştur.

Hapel ve Sükan (1989)'da eğilme gerilmesi  $8.1 \text{ N/mm}^2$  olarak verilmektedir. Bu çalışmada da eğilme gerilmesi  $8.1 \text{ N/mm}^2$  hesaplanmıştır. Bu çalışmadaki sonuçlar Hapel ve Sükan (1989)'daki sonuçlarla uyumludur.

Daha sonra, API Bülteni'ndeki API 1500-20-1-D rayserinin analizi yapılmıştır. Sönüm parametreleri grafiklerden  $\xi_0$  için 0.405 ve  $\xi_1$  için 0 bulunmuştur. Bu rayserin özelliklerine göre, sönüm konuma (derinliğe) bağlı değildir, sabittir.



Şekil 1. Konvansiyonel rayserin şeması

Tablo 2. API 1500-0-1 rayserinin verileri

Veriler	Değerleri
Ortalama deniz seviyesinden rayser destek halkasına uzaklık	15.24 m
Deniz yatağından LBJ'ye uzaklık	9.144 m
Su derinliği	457.2 m
Rayserin dış çapı	0.4064 m
Rayserin iç çapı	0.3747 m
Rayserin elastisite modülü	$2.07 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$
Rayserin bağlantılarıyla birlikte birim boy başına kütlesi	256.59 kg/m
Rayserin tepesindeki gerdirmeye kuvveti ( $T_1$ )	1290.0 kN
Deniz suyu yoğunluğu	$1025.18 \text{ kg/m}^3$
Çamur yoğunluğu	$1438.46 \text{ kg/m}^3$
Direnç katsayısı ( $C_D$ )	0.7
Kütle katsayısı ( $C_M$ )	1.5
Efektif hidrodinamik çap	0.6604 m
Yüzeydeki akıntı hızı	0.2574 m/s
(LBJ'de sıfır olacak şekilde lineer olarak değişmektedir.)	
Yüzey teknesinin statik yana kayması	13.716 m
Dalga yüksekliği	6.1 m
Dalga periyodu	9 s
Tekne surge genliği	0.61 m
Tekne surge faz açısı	$15^0$

Tablo 3. Statik analiz sonuçlarının API bültenindeki sonuçlar ile karşılaştırılması

	API bültenindeki sonuç	Bu çalışmadaki sonuç
Eğilme gerilmesi aralığı	31.99-45.37 N/mm <sup>2</sup>	46.43 N/mm <sup>2</sup>
Maksimum eğilme gerilm.yeri	28.19-43.13 m	37.0 m

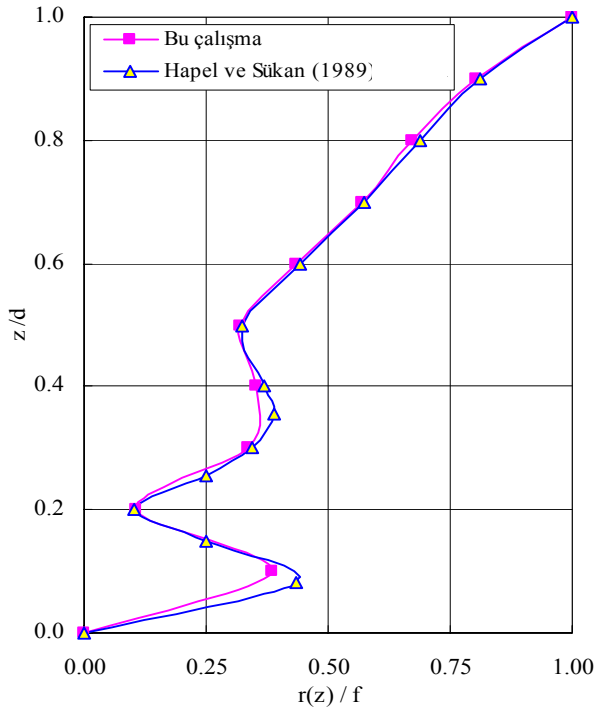
Statik ve dinamik değerlerin toplanmasıyla, toplam maksimum yerdeğiştirme ve toplam maksimum eğilme gerilmesi hesaplanmıştır. Bu çalışmada bulunan sonuçlar API bültenindeki sonuçlarla karşılaştırmalı olarak, toplam maksimum yerdeğiştirme için Şekil 4'te, toplam eğilme gerilmesi için Şekil 5'te verilmiştir.

Bulunan sonuçların rayserin alt ucuna yakın bölgede API sonuçlarından bazı sayısal farklılıkları olmasına rağmen, sonuçların oluşturduğu şekil API sonuçlarının oluşturduğu form ile büyük bir benzerlik göstermektedir (Şekil 4-5). Bu farklılığın olası bir sebebi de, bu çalışmadaki algoritma geliştirilirken akıntı etkilerinin ihmal edilmiş olmasıdır.

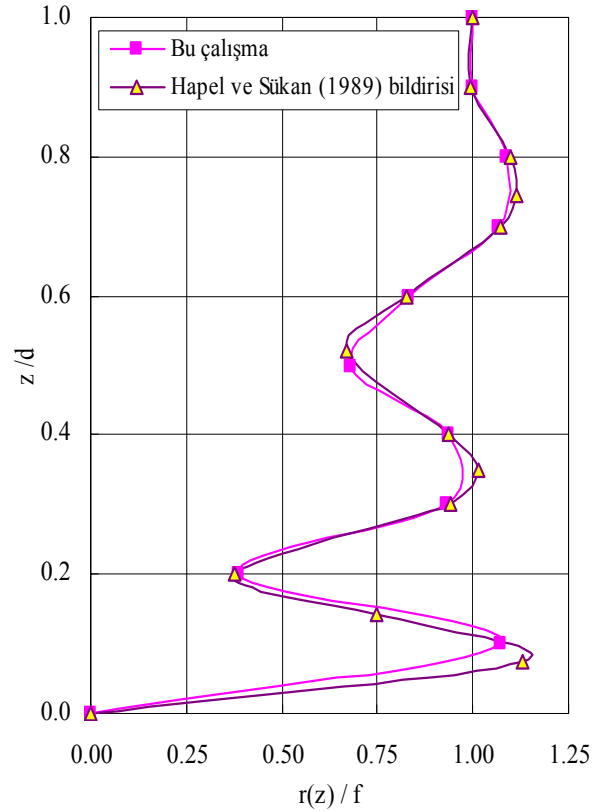
### Sonuçlar ve öneriler

Bu çalışma çerçevesinde geliştirilmiş olan ve uzun rayserlerin statik ve dinamik analizinde kullanılabilen algoritma ile elde edilen sonuçlar, dokuz çalışmanın sonuçlarının ortalaması alınarak elde edilmiş olan API Bülteni sonuçları ile karşılaştırılmıştır.

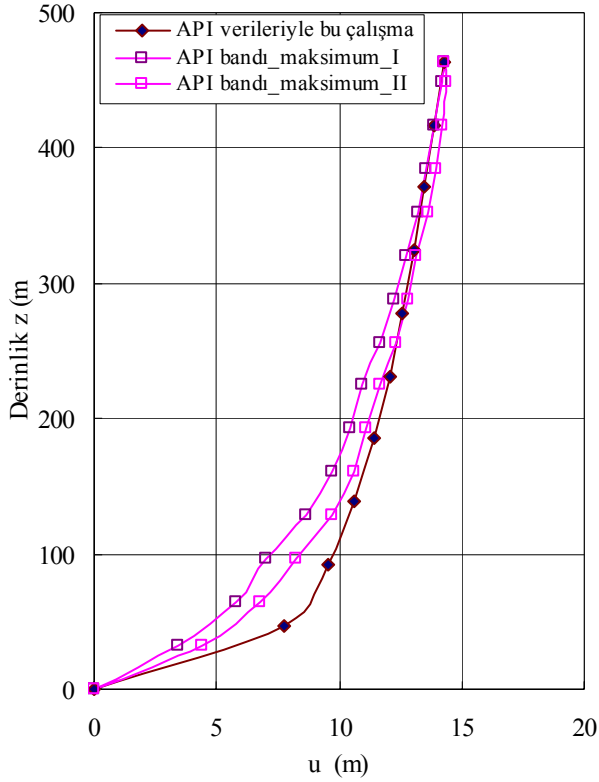
Sephiye modüllerinin kullanıldığı değişken kesitli yapılar, zaman domeni analizi, girdap ayrışması ve üç boyutlu zorlamalar sonraki çalışmalarda incelenebilecek konulardır.



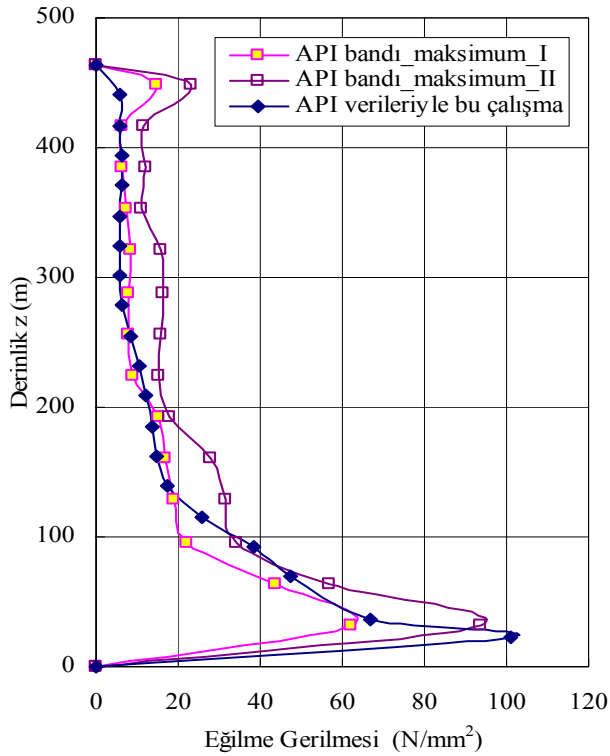
Şekil 2. Boyutsuz yerdeğiştirme genliğinin derinlikle değişimi ( $\xi_0 = -0.35$ ,  $\xi_1 = 1.65$ )



Şekil 3. Boyutsuz yerdeğiştirme genliğinin derinlikle değişimi ( $\xi_0 = 0.378$ ,  $\xi_1 = 0$ )



Şekil 4. Maksimum yerdeğiştirmenin bu çalışma ve API bültenindeki değerleri



Şekil 5. Eğilme gerilmesinin bu çalışma ve API bültenindeki değerleri

## Kaynaklar

- Ahmad, S. ve Datta, T.K., (1989). Dynamic Response of Marine Risers, *Engineering Structures*, **11**, 179-188.
- API, (1977). *API Bulletin on Comparison of Marine Drilling Riser Analyses*, American Petroleum Institute, API BUL 2J, First Edition, January 1977.
- Atadan, A.S., Çalışal, S.M., Modi, V.J. ve Guo, Y., (1997). Analytical and Numerical Analysis of the Dynamics of a Marine Riser Connected to a Floating Platform, *Ocean Engineering*, **24**, 2, 111-131.
- Chakrabarti, S.K. ve Frampton, R.E., (1982). Review of Riser Analysis Techniques, *Applied Ocean Research*, **4**, 2, 73-90.
- Guo, Y., (1992). Dynamic Analysis of a Marine Riser, *Master Tezi*, The University of British Columbia, Kanada.
- Hapel, K.-H., (1989). Dynamische Festigkeitsanalyse Meerestechnischer Konstruktion, TUB, ISM, Yayınlanmamış ders notu.
- Hapel, K.-H. ve Sükan, M., (1989). Uzun Açık Deniz Rayserlerinin Deterministik Titreşim Analizinde Hidrodinamik Direnç Kuvvetinin Lineerleştirilmesi, *Gemi İnşaatı Teknik Kongresi*, İstanbul.
- Huagui, Li, (1993). Equations Simplify Dynamic Analysis of Deepwater Drilling Risers, *Oil and Gas Journal*, Dec. **13**, 40-45.
- Irani, M. B., (1989). Some Aspects of Marine Riser Analysis, *Doktora Tezi*, The University of British Columbia, Kanada,
- Kirk, C.L., Etok, E.U. ve Cooper, M.T., (1979). Dynamic and Static Analysis of a Marine Riser, *Applied Ocean Research*, **1**, 3, 125-135.
- Sarpkaya, T. ve Isaacson, M., (1981). *Mechanics of Wave Forces on Offshore Structures*, Van Nostrand Reinhold, New York.
- Young, R.D. ve Fowler, J.R., (1989). *Tension Leg Platform*, ASCE, 118-138.